

בחינת טרימסטר א' במתמטיקה

הנהיות לנבחן

- משך הבחינה 3 שעות. אין לצאת ב-45 הדקות האחרונות של הבחינה. יש לרשום מהי כיתת האם על המחברת.
- יש לפתור את כל השאלות.
- מוותר להשתמש בדפי הנוסחאות המצורפים בלבד.
- בכל שאלה חובה למצוא את כל התשובות. חובה לנמק כל תשובה ולפשטה ככל הניתן.
- כל נוסחה שנעשה בה שימוש ואינה מופיעה בדף הנוסחאות - חייבת הוכחה.
- כל משפט בגיאומטריה המישור שנעשה בו שימוש ושאינו מופיע ברשימת המשפטים - חייב הוכחה.

שאלה 1 - 6%

הוכח: דרך כל שלוש נקודות שלא נמצאות על ישר אחד ניתן להעביר מעגל אחד בלבד.

שאלה 2 - 14%

משולש חד זווית ABC חסום במעגל. נתון: $\angle B > \angle C$, $D \in BC$, AD הוא גובה של המשולש, AE הוא קוטר של המעגל. הוכח כי $\angle DAE = \angle B - \angle C$.

שאלה 3 - 12%

פתור: $(x+5)^2 \geq (x+5) + \sqrt{(x+5)^2(2x^2+4x-5)}$

שאלה 4 - 16%

נתונה פונקציה $f(x) = 4^x - m2^{x+3} + 7m^2$

8% א. עבור אילו ערכים של m גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הישר $y = -7$ בשתי נקודות?

8% ב. עבור אילו ערכים של m הערך המינימלי של $f(x)$ בקטע $[-2, 0]$ הוא שלילי?

שאלה 5 - 12%

עבור אילו ערכים של m כל הנקודות במישור, שמתחת לישר $y = 1$, אינן מקיימות את המערכת?

$$\begin{cases} mx - 2y = 4 \\ (m+1)x + y = 2 \end{cases}$$

שאלה 6 - 12%

פתור: $\log_{\frac{3x-1}{x+4}} \left[\left(\frac{x+4}{3x-1} \right) \log_2 \frac{|1-4x|}{x+3} \right] \geq -1$

שאלה 7 - 14%

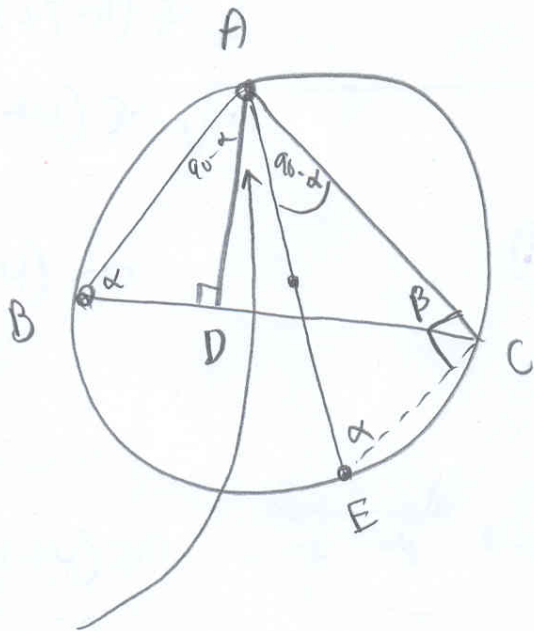
10% א. סמן במישור את כל הנקודות (x, y) המקיימות $|y-1| = \left| \frac{x-3}{x-1} \right|$.

4% ב. עבור אילו ערכים של m למשוואה $2|x-3| + m|x-1| = 0$ יש פתרון אחד בלבד.

שאלה 8 - 14%

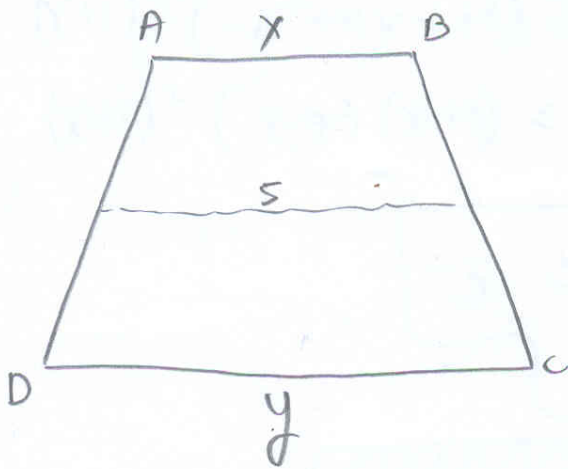
בטרפז שווה שוקיים, שבו ניתן לחסום מעגל, קטע האמצעים השווה ל-5 מחלק את הטרפז לשני חלקים שהיחס בין שטחיהם 7:13. חשב את גובה הטרפז.

1) אפוא נשאלת נתיב דהסגור 3 זכאי ק"ס אפוא
 מנוע האנכי קטנת יום מנסה דעוה אפוא
 אפוא. אפוא אפוא אפוא אפוא.



$$180 - \alpha - \beta - (90 - \alpha) - (90 - \alpha)$$

$$180 - \alpha - \beta - 90 + \alpha - 90 + \alpha = \alpha - \beta = \underline{\underline{\beta - \alpha}}$$



$$x + y = 10$$

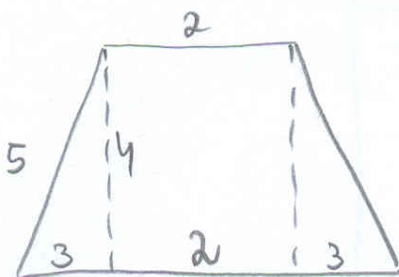
$$\frac{(x+5)h}{(y+5)h} = \frac{7}{13}$$

$$13x + 65 = 7y + 35$$

$$\begin{cases} 13x - 7y = -30 \\ 7x + 7y = 70 \end{cases} \Rightarrow 20x = 40$$

$$x = 2$$

$$y = 8$$



$$H = 4$$

$$2 + 8 = 10 = 2 \cdot 5$$

$$p/e = 5$$

8) $x + y = AD + BC$
 מנוע ת"ס אפוא
 אפוא

③

$$(x+5)^2 \geq (x+5) + \sqrt{(x+5)^2 (2x^2+4x-5)}$$

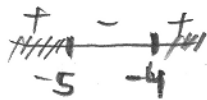
$$(x+5)(x+5-1) \geq \sqrt{\quad}$$

$$(x+5)(x+4) \geq \sqrt{\quad}$$

$$(x+5)(x+4) \leq 0 \quad \text{⑥}$$

\Downarrow
 \emptyset

$$(x+5)(x+4) \geq 0$$



$$(x+5)^2(x+4)^2 \geq (x+5)^2(2x^2+4x-5)$$

$$(x+5)^2(x^2+8x+16-2x^2-4x-15) \geq 0$$

$$(x+5)^2(-x^2+4x+21) \geq 0$$

$$(x+5)^2(x-7)(x+3) \leq 0$$

$$\boxed{-3 \leq x \leq 7}$$

$$\boxed{x = -5}$$

$$\boxed{-1 + \frac{\sqrt{13}}{2} \leq x \leq 7}$$

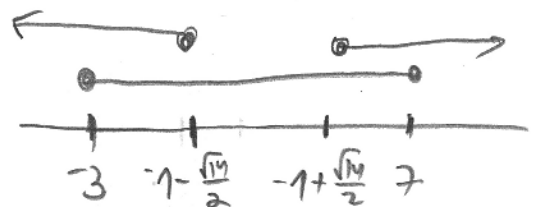
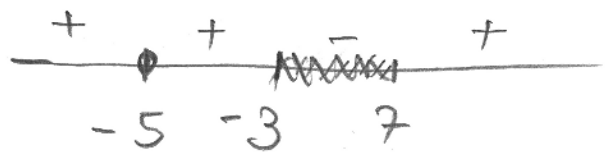
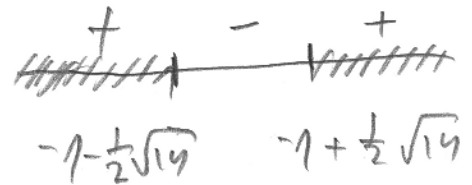
$$\boxed{-3 \leq x \leq -1 - \frac{\sqrt{13}}{2}}$$

$$\boxed{x = -5}$$

$$2x^2 + 4x - 5 \geq 0$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{16+40}}{4} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{14}}{4}$$

$$-1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{14}$$



4

$$2^{2x} - m \cdot 2^x \cdot 8 + 7m^2 = -7$$

$$2^{2x} - 8m \cdot 2^x + 7m^2 + 7 = 0$$

(c)

$$t^2 - 8mt + 7m^2 + 7 = 0$$

$$2^x = t > 0$$

$$t_1 > 0$$

$$t_2 > 0$$

$$\Delta > 0$$

$$-\frac{b}{a} > 0$$

$$\frac{c}{a} > 0$$

$$64m^2 - 28m^2 - 28 > 0$$

$$8m > 0$$

$$7m^2 + 7 > 0$$

$$36m^2 - 28 > 0$$

$$m > 0$$

$$m > 0$$

$$9m^2 - 7 > 0$$

$$(3m - \sqrt{7})(3m + \sqrt{7}) > 0$$

+	-	+
$\frac{-\sqrt{7}}{3}$	$\frac{\sqrt{7}}{3}$	

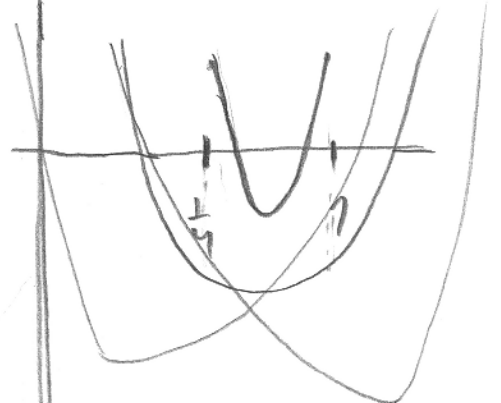
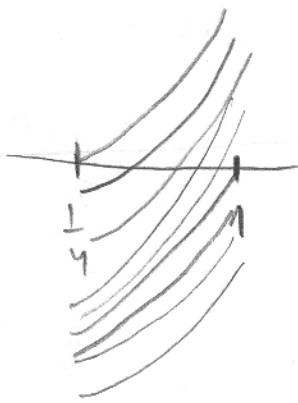
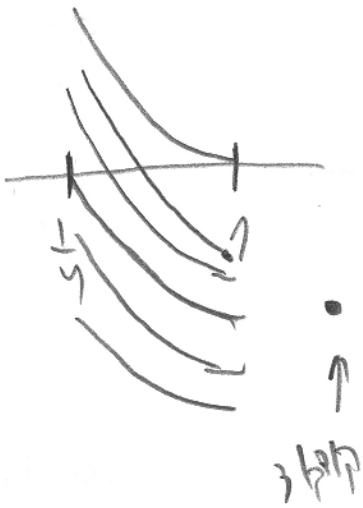
$$m > \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$-2 \leq x \leq 0$$

$$2^{-2} < 2^x < 2^0$$

$$\frac{1}{4} \leq t \leq 1$$

②

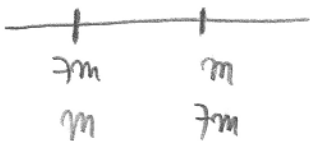


$$2^{2x} - 8m \cdot 2^x + 7m^2 = 0$$

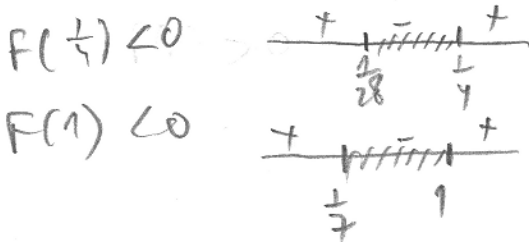
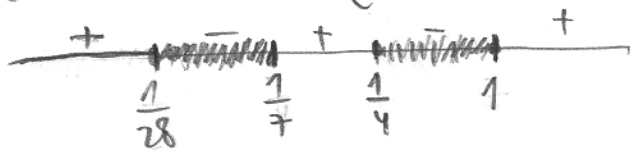
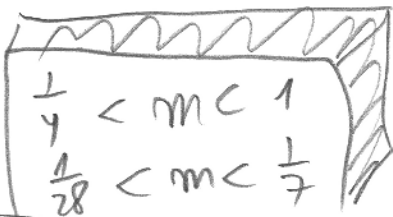
$$t^2 - 8mt + 7m^2 = 0$$

$$(t - 7m)(t - m) = 0$$

$$t = 7m \quad t = m$$



③ $F(\frac{1}{4}) \cdot F(1) < 0 \Rightarrow (\frac{1}{16} - 2m + 7m^2)(1 - 8m + 7m^2) < 0$
 $(m - \frac{1}{4})(m - \frac{1}{28})(m - \frac{1}{7})(m - 1) < 0$



\Rightarrow ②

2

$$F\left(\frac{1}{4}\right) > 0$$

$$m > \frac{1}{4}$$

$$m < \frac{1}{28}$$

$$F(1) > 0$$

$$m > 1$$

$$m < \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{4} < -\frac{b}{2a} < 1$$

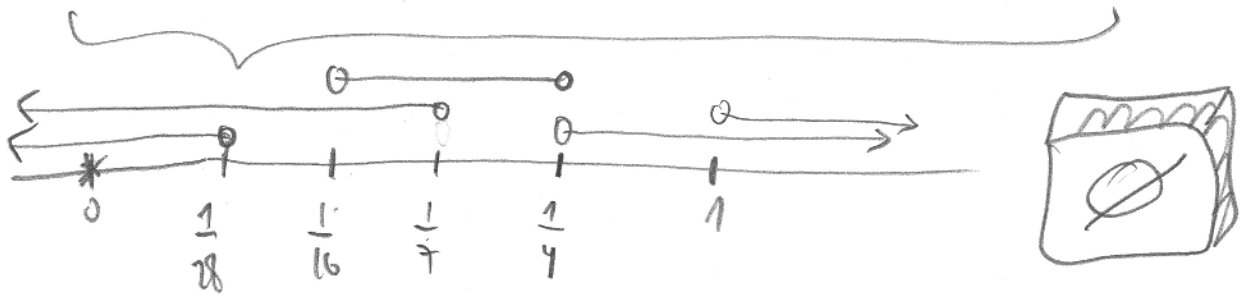
$$\frac{1}{4} < 4m < 1$$

$$\frac{1}{16} < m < \frac{1}{4}$$

$$\Delta > 0$$

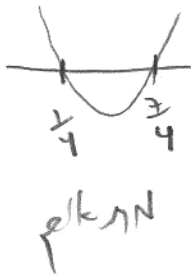
$$64m^2 - 28m^2 > 0$$

$$m \neq 0$$

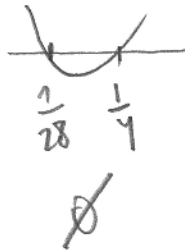


$$F\left(\frac{1}{4}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$m = \frac{1}{4}$$

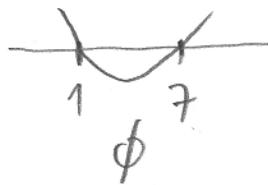


$$m = \frac{1}{28}$$

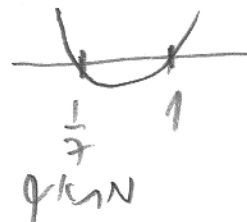


$$F(1) = 0 \Rightarrow$$

$$m = 1$$



$$m = \frac{1}{7}$$

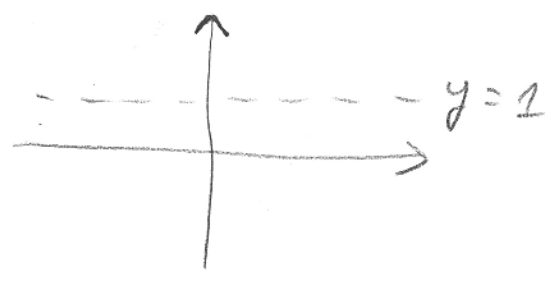


$$\frac{1}{28} < m < 1$$

5

$$\Delta = \begin{vmatrix} m & -2 \\ m+1 & 1 \end{vmatrix} = m + 2m + 2 = 3m + 2 = 0 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} mx - 2y = 4 \\ (m+1)x + y = 2 \end{cases}$$



$$+ \begin{cases} mx - 2y = 4 \\ 2(m+1)x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\left(\frac{8}{3m+2}, \frac{-2(m+2)}{3m+2} \right)$$

$$(3m+2)x = 8$$

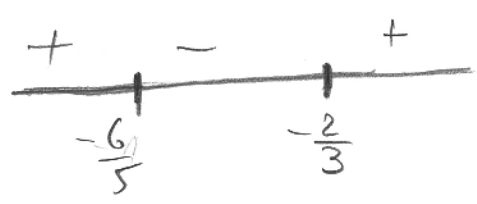
$$x = \frac{8}{3m+2} \Rightarrow y = 2 - \frac{8(m+1)}{3m+2} = \frac{6m+4-8m-8}{3m+2} = \frac{-2m-4}{3m+2}$$

$$\frac{-2m-4}{3m+2} \geq 1$$

$$\frac{-2m-4-3m-2}{3m+2} \geq 0$$

$$\frac{-5m-6}{3m+2} \geq 0$$

$$\frac{5m+6}{3m+2} \leq 0$$



$$\boxed{-\frac{6}{5} \leq m < -\frac{2}{3}}$$

$$\boxed{-\frac{6}{5} \leq m \leq -\frac{2}{3}}$$

$$\boxed{m = -\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{3}x - 2y = 4 \\ \frac{1}{3}x + y = 2 \end{cases}$$

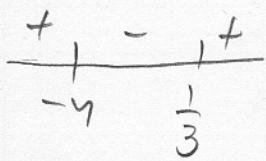
$$\Rightarrow \begin{cases} -2x - 6y = 12 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = -6 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

∅. p'luh p'c ∈ $\boxed{p'luh p'c}$

6

$$\frac{3x-1}{x+4} > 0$$



$$\boxed{\begin{matrix} x > \frac{1}{3} \\ x < -4 \end{matrix}}$$

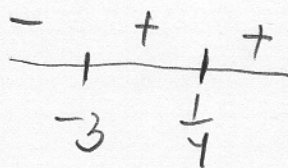
$$\frac{3x-1}{x+4} \neq 1$$

$$3x-1 \neq x+4$$

$$2x \neq 5$$

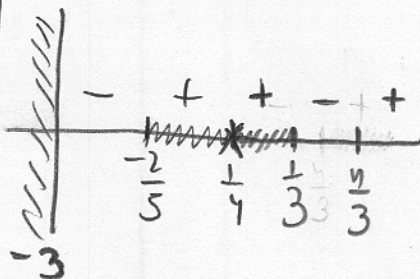
$$\boxed{x \neq 2.5}$$

$$\frac{|1-4x|}{x+3} > 0$$



$$\boxed{\begin{matrix} x > -3 \\ x \neq \frac{1}{4} \end{matrix}}$$

$$\frac{x+4}{3x-1} \log_2 \frac{|1-4x|}{x+3} > 0$$



$$\boxed{\begin{matrix} \therefore \dots \dots \dots \\ x > \frac{4}{3} \\ x \neq 2.5 \end{matrix}}$$

$$\log_2 \frac{|1-4x|}{x+3} = 0$$

$$1 = \frac{|1-4x|}{x+3}$$

$$x+3 = 1-4x$$

$$5x = -2 \quad \boxed{x = -\frac{2}{5}}$$

$$-x-3 = 1-4x$$

$$3x = 4 \quad \boxed{x = \frac{4}{3}}$$

$$\log \frac{3x-1}{x+4} + \log \log_2 \frac{|1-4x|}{x+3} \geq -1$$

$$\log \frac{3x-1}{x+4} \left[\log_2 \frac{|1-4x|}{x+3} \right] \geq \log \frac{3x-1}{x+4} \cdot 1$$

$$\left(\frac{3x-1}{x+4} - 1 \right) \left(\log_2 \frac{|1-4x|}{x+3} - 1 \right) \geq 0$$

$$\frac{3x-1-x-4}{x+4} \cdot \log_2 \frac{|1-4x|}{2(x+3)} \geq 0$$

$$\frac{2x-5}{x+4} \log_2 \frac{|1-4x|}{2(x+3)} \geq 0$$

$\log_2 2$

$$\log_2 \frac{|1-4x|}{2(x+3)} = 0$$

$$1 = \frac{|1-4x|}{2(x+3)}$$

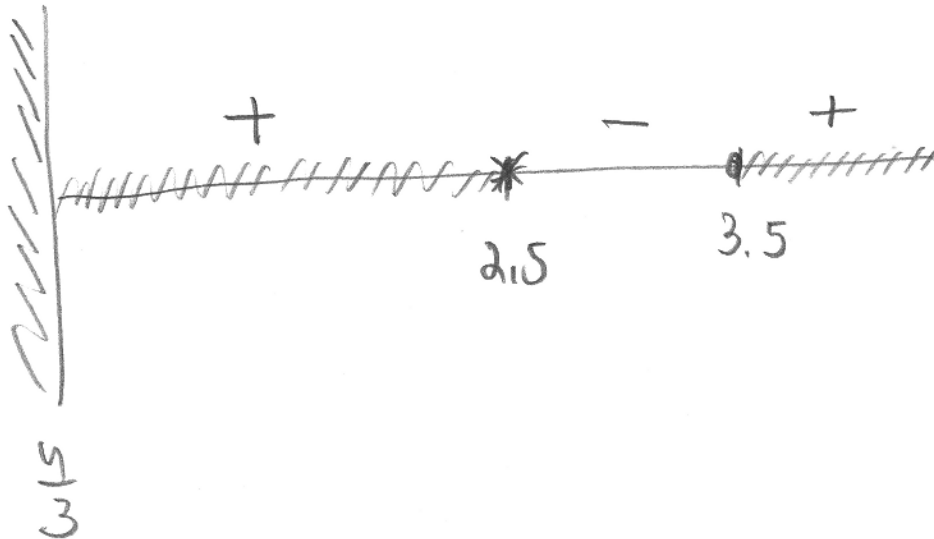
$$2x+6 = 1-4x$$

$$6x = -5 \rightarrow x = -\frac{5}{6}$$

$$\rightarrow -2x-6 = 1-4x$$

$$2x = 7$$

$$\rightarrow x = 3.5$$



$$\frac{5}{3} < x < 3.5$$

$$x \geq 3.5$$

(7)

$$y-1 = \frac{x-3}{x-1}$$

(8)

$$y = \frac{x-3+x-1}{x-1}$$

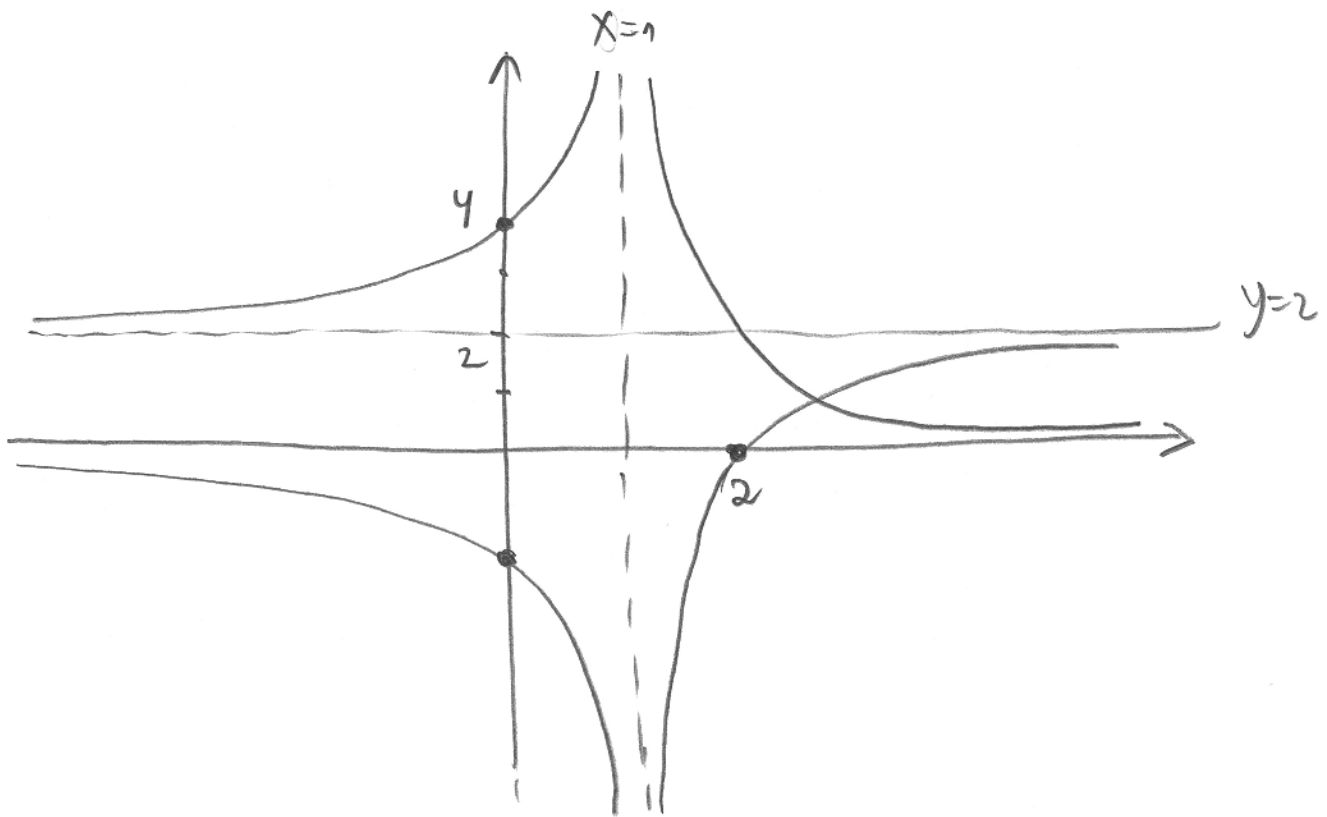
$$y = \frac{2x-4}{x-1}$$

(11c)

$$y-1 = \frac{-x+3}{x-1}$$

$$y = \frac{-x+3+x-1}{x-1}$$

$$y = \frac{2}{x-1}$$



(9)

$$2|x-3| = -m|x-1|$$

$$\left| \frac{x-3}{x-1} \right| = \frac{-m}{2}$$

$$\frac{-m}{2} = 0$$

$$m = 0$$

$$\frac{-m}{2} = 1$$

$$m = -2$$

